

GTR and cosmology in the *Karlsruhe Physics Course*: A short description of a 15-hour course for the upper secondary school

F. Herrmann



www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de



SRT: 15 class hours

GRT, cosmology: 15 class hours

7. Terminal velocity

- 7.1 Mass is identical with energy
- 7.2 Energy has the properties of mass
- 7.3 Mass has the properties of energy
- 7.4 Rest mass and rest energy
- 7.5 How the velocity depends on the momentum
- 7.6 What happens to the velocity when the reference frame is changed
- 7.7 How energy depends on momentum
- 7.8 Particle accelerators
- 7.9 Light
- 7.10 Clocks in the gravitational field
- 7.11 Celestial bodies

8. Spacetime

- 8.1 Problems of presentation and designation
- 8.2 The time interval between two spacetime points
- 8.3 Time travels – the twin paradox
- 8.4 Movement on a circular orbit, GPS
- 8.5 Clocks at different altitudes – from another perspective
- 8.6 Simultaneity is no longer what it used to be

9. Curved space

- 9.1 Space – more than an empty recipient
- 9.2 Mass curves space – geodesics
- 9.3 Space curvature in the environment of celestial bodies
- 9.4 Trajectories in the gravitational field
- 9.5 The Schwarzschild radius
- 9.6 Time intervals
- 9.7 Black holes
- 9.8 Gravitational waves

10. Cosmology

- 10.1 The stars in motion
- 10.2 The cosmological principle
- 10.3 Curved or not curved?
- 10.4 The expansion of the universe
- 10.5 Looking back to the past
- 10.6 What we see of the universe
- 10.7 The evolution of the universe – cosmic background radiation

7. Terminal velocity

- 7.1 Mass is identical with energy
- 7.2 Energy has the properties of mass
- 7.3 Mass has the properties of energy
- 7.4 Rest mass and rest energy
- 7.5 How the velocity depends on the momentum
- 7.6 What happens to the velocity when the reference frame is changed
- 7.7 How energy depends on momentum
- 7.8 Particle accelerators
- 7.9 Light
- 7.10 Clocks in the gravitational field
- 7.11 Celestial bodies

8. Spacetime

- 8.1 Problems of presentation and designation
- 8.2 The time interval between two spacetime points
- 8.3 Time travels – the twin paradox
- 8.4 Movement on a circular orbit, GPS
- 8.5 Clocks at different altitudes – from another perspective
- 8.6 Simultaneity is no longer what it used to be

9. Curved space

- 9.1 Space – more than an empty recipient

- 8.5 Clocks at different altitudes – from another perspective
- 8.6 Simultaneity is no longer what it used to be

9. Curved space

- 9.1 Space – more than an empty recipient
- 9.2 Mass curves space – geodesics
- 9.3 Space curvature in the environment of celestial bodies
- 9.4 Trajectories in the gravitational field
- 9.5 The Schwarzschild radius
- 9.6 Time intervals
- 9.7 Black holes
- 9.8 Gravitational waves

10. Cosmology

- 10.1 The stars in motion
- 10.2 The cosmological principle
- 10.3 Curved or not curved?
- 10.4 The expansion of the universe
- 10.5 Looking back to the past
- 10.6 What we see of the universe
- 10.7 The evolution of the universe – cosmic background radiation

1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

The speed of light is independent of the **reference frame**.

The simultaneity of two events depends on the **reference frame**.

Lengths and time intervals change when the **reference frame** is changed.

The twin paradox results from the observation of a process in different **reference frames**.

Saturday, March 30th, 7 p.m.
tomorrow daylight saving time

“This time tomorrow, it’ll be still daylight.”

“Tomorrow at this time it is already 8 p. m..”

1. Choose a suitable reference system at the beginning, do not change it anymore (a matter of course in physics anyway.)
2. “Don’t try to describe motion relative to faraway objects. Physics is simple only when analyzed locally.” (Misner, Thorne, Wheeler, Gravitation)

1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgestellt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an dem Orte, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden im Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrische Kraft.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die müßigen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß den Begriff der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, auf welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

Voraussetzung einführen, daß sich das Licht im leeren Raume stets mit einer bestimmten, vom Bewegungszustande des emittierenden Körpers unabhängigen Geschwindigkeit c fortplanze. Diese beiden Voraussetzungen genügen, um zu einer einfachen und widerspruchsfreien Elektrodynamik bewegter Körper zu gelangen unter Zugrundelegung der Maxwell'schen Theorie für ruhende Körper. Die Einführung eines „Lichtäthers“ wird sich insofern als überflüssig erweisen, als nach der zu entwickelnden Auffassung weder ein mit besonderen Eigenschaften ausgestatteter „absolut ruhender Raum“ eingeführt, noch einem Punkte des leeren Raumes, in welchem elektromagnetische Prozesse stattfinden, ein Geschwindigkeitsvektor zugeordnet wird.

Die zu entwickelnde Theorie stützt sich — wie jede andere Elektrodynamik — auf die Kinematik des starren Körpers, da die Aussagen einer jeden Theorie Beziehungen zwischen starren Körpern (Koordinatensystemen), Ureihen und elektromagnetischen Prozessen betreffen. Die nicht genügende Berücksichtigung dieses Umstandes ist die Wurzel der Schwierigkeiten, mit denen die Elektrodynamik bewegter Körper gegenwärtig zu kämpfen hat.

I. Kinematische Teil. § 1. Definition der Gleichzeitigkeit.

Es liege ein Koordinatensystem vor, in welchem die Newton'schen mechanischen Gleichungen gelten. Wir nennen das Koordinatensystem zur sprachlichen Unterscheidung von später einzuführenden Koordinatensystemen und zur Präzisierung der Vorstellung das „ruhende System“.

Ruht ein materieller Punkt relativ zu diesem Koordinatensystem, so kann seine Lage relativ zu letzterem durch starre Maßstäbe unter Benutzung der Methoden der euklidischen Geometrie bestimmt und in kartesischen Koordinaten ausgedrückt werden.

Wollen wir die Bewegung eines materiellen Punktes beschreiben, so geben wir die Werte seiner Koordinaten in Funktion der Zeit. Es ist nun wohl im Auge zu behalten, daß eine derartige mathematische Beschreibung erst dann einen physikalischen Sinn hat, wenn man sich vorher darüber klar geworden ist, was hier unter „Zeit“ verstanden wird.

Wir haben zu berücksichtigen, daß alle unsere Urteile, in welchen die Zeit eine Rolle spielt, immer Urteile über gleichzeitige Ereignisse sind. Wenn ich z. B. sage: „Jener Zug kommt hier um 7 Uhr an.“ so heißt dies etwa: „Das Zeigen des kleinen Zeigers meiner Uhr auf 7 und das Ankommen des Zuges sind gleichzeitige Ereignisse.“¹⁾

Es könnte scheinen, daß alle die Definition der „Zeit“ betreffenden Schwierigkeiten dadurch überwinden werden könnten, daß ich an Stelle der „Zeit“ die „Stellung des kleinen Zeigers meiner Uhr“ setze. Eine solche Definition genügt in der Tat, wenn es sich darum handelt, eine Zeit zu definieren ausschließlich für den Ort, an welchem sich die Uhr eben befindet; die Definition genügt aber nicht mehr, sobald es sich darum handelt, an verschiedenen Orten stattfindende Ereignissen miteinander zeitlich zu verknüpfen, oder — was auf dasselbe hinausläuft — Ereignisse zeitlich zu werten, welche in von der Uhr entfernten Orten stattfinden.

Wir könnten uns allerdings damit begnügen, die Ereignisse dadurch zeitlich zu werten, daß sie mit der Uhr im Koordinatensystem befindlicher Beobachter jedem von einem zu wertenden Ereignis Zeugnis gebend, durch den leeren Raum zu ihm gelangenden Lichtstrahlen die entsprechende Uhrzeigerstellung zurordnet. Eine solche Zuordnung bringt aber den Übelstand mit sich, daß sie von Standpunkte des mit der Uhr versehenen Beobachters nicht unabhängig ist, wie wir durch die Erfahrung wissen. Zu einer weit praktischeren Festsetzung gelangen wir durch folgende Betrachtung.

Befindet sich im Punkte A des Raumes eine Uhr, so kann in A befindlicher Beobachter die Ereignisse in der unmittelbaren Umgebung von A zeitlich werten durch Aufsehen der mit diesen Ereignissen gleichzeitigen Uhrzeigerstellungen. Befindet sich auch im Punkte B des Raumes eine Uhr — wir wollen hinzufügen, „eine Uhr von genau derselben Beschaffenheit wie die in A befindliche“ — so ist auch eine zeitliche Wertung der Ereignisse in der unmittelbaren Umgebung von

¹⁾ Die Ungenauigkeit, welche in dem Begriffe der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse an (genauem) denselben Orte steckt und gleichzeitig durch die Abstraktion überbittet werden muß, soll hier nicht erörtert werden.

B durch einen in B befindlichen Beobachter möglich. Es ist aber ohne weitere Festsetzung nicht möglich, ein Ereignis in A mit einem Ereignis in B zeitlich zu vergleichen; wir haben bisher nur eine „ A -Zeit“ und eine „ B -Zeit“, aber keine für A und B gemeinsame „Zeit“ definiert. Die letztere Zeit kann nun definiert werden, indem man durch Definition festsetzt, daß die „Zeit“, welche das Licht braucht, um von A nach B zu gelangen, gleich ist der „Zeit“, welche es braucht, um von B nach A zu gelangen. Es gehe nämlich ein Lichtstrahl zur „ A -Zeit“ t_A von A nach B ab, werde zur „ B -Zeit“ t_B in B gegen A zu reflektiert und gelange zur „ A -Zeit“ t_A nach A zurück. Die beiden Uhren laufen definitionsgemäß synchron, wenn

$$t_B - t_A = t_A - t_B$$

Wir nehmen an, daß diese Definition des Synchronismus in widerspruchsfreier Weise möglich sei, und zwar für beliebig viele Punkte, daß also allgemein die Beziehungen gelten:

1. Wenn die Uhr in B synchron mit der Uhr in A läuft, so läuft die Uhr in A synchron mit der Uhr in B .
2. Wenn die Uhr in A sowohl mit der Uhr in B als auch mit der Uhr in C synchron läuft, so laufen auch die Uhren in B und C synchron relativ zueinander.

Wir haben so unter Zuhilfenahme gewisser (gedachter) physikalischer Erfahrungen festgelegt, was unter synchron laufen, an verschiedenen Orten befindlichen, ruhenden Uhren zu verstehen ist und damit offenbar eine Definition von „gleichzeitig“ und „Zeit“ gewonnen. Die „Zeit“ eines Ereignisses ist die mit dem Ereignis gleichzeitige Angabe einer am Orte des Ereignisses befindlichen, ruhenden Uhr, welche mit einer bestimmten, ruhenden Uhr, und zwar für alle Zeitbestimmungen mit der nämlichen Uhr, synchron läuft.

Wir setzen noch der Erfahrung gemäß fest, daß die Größe

$$\frac{2AB}{t_A - t_B} = c$$

eine universelle Konstante (die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raume) sei.

Wesentlich ist, daß wir die Zeit mittels im ruhenden System

ruhender Uhren definiert haben; wir nennen die eben definierte Zeit wegen ihrer Zugänglichkeit zum ruhenden System „die Zeit des ruhenden Systems“.

§ 2. Über die Relativität von Längen und Zeiten.

Die folgenden Überlegungen stützen sich auf das Relativitätsprinzip und auf das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, welche beiden Prinzipien wir folgerndem andeuten definieren.
1. Die Gesetze, nach denen sich die Zustände der physikalischen Systeme ändern, sind unabhängig davon, auf welches von zwei relativ zueinander in gleichförmiger Translationsbewegung befindlichen Koordinatensystemen diese Zustandsänderungen bezogen werden.

2. Jeder Lichtstrahl bewegt sich im „ruhenden“ Koordinatensystem mit der bestimmten Geschwindigkeit c , unabhängig davon, ob dieser Lichtstrahl von einem ruhenden oder bewegten Körper emittiert ist. Hierbei ist

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Lichtweg}}{\text{Zeitdauer}}$$

wobei „Zeitdauer“ im Sinne der Definition des § 1 aufzufassen ist.

Es sei ein ruhender starrer Stab gegeben; derselbe besitze, mit einem ebenfalls ruhenden Maßstabe gemessen, die Länge l . Wir denken uns nun die Stäbe in die X -Achse des ruhenden Koordinatensystems gelegt und dem Stabe hiefür eine gleichförmige Paralleltranslationsbewegung (Geschwindigkeit v) längs der X -Achse im Sinne der wachsenden x erteilt. Wir fragen nun nach der Länge des bewegten Stabes, welche wir aus folgenden zwei Operationen ermittelt denken:

a) Der Beobachter bewegt sich samt dem vorher genannten Maßstabe mit dem auszumessenden Stabe und mißt direkt durch Anlegen des Maßstabes die Länge des Stabes, ebenso, wie wenn sich auszumessender Stab, Beobachter und Maßstab in Ruhe befänden.

b) Der Beobachter ermittelt mittels im ruhenden Systeme aufgestellter, gemäß § 1 synchroner, ruhender Uhren, in welchen Punkten des ruhenden Systems sich Anfang und Ende des auszumessenden Stabes zu einer bestimmten Zeit t befinden.

Die Entfernung dieser beiden Punkte, gemessen mit dem schon benutzten, in diesem Falle ruhenden Maßstabe ist ebenfalls eine Länge, welche man als „Länge des Stabes“ bezeichnen kann.

Nach dem Relativitätsprinzip muß die bei der Operation a) auf findende Länge, welche wir „die Länge des Stabes im bewegten System“ nennen wollen, gleich der Länge l des ruhenden Stabes sein.

Die bei der Operation b) zu findende Länge, welche wir „die Länge des (bewegten) Stabes im ruhenden System“ nennen wollen, werden wir unter Zugrundelegung unserer beiden Prinzipien bestimmen und finden, daß sie von l verschieden ist.

Die allgemein gebrauchte Kinematik nimmt stillschweigend an, daß die durch die beiden erwähnten Operationen bestimmten Längen einander genau gleich seien, oder mit anderen Worten, daß ein bewegter starrer Körper in der Zeitpoche t in geometrischer Beziehung vollständig durch denselben Körper, wenn er in bestimmter Lage ruht, ersetzbar sei.

Wir denken uns ferner an die beiden Stäben (A und B) Uhren angebracht, welche mit den Uhren des ruhenden Systems synchron sind, d. h. deren Angaben jeweiligen der „Zeit des ruhenden Systems“ an den Orten, an welchen sie sich gerade befinden, entsprechen; diese Uhren sind also „synchron im ruhenden System“.

Wir denken uns ferner, daß sich bei jeder Uhr ein mit ihr bewegter Beobachter befinde, und daß diese Beobachter auf die beiden Uhren das im § 1 aufgestellte Kriterium für den synchronen Gang zweier Uhren anwenden. Zur Zeit t_1 gehe ein Lichtstrahl von A aus, werde zur Zeit t_2 in B reflektiert und gelange zur Zeit t_3 nach A zurück. Unter Berücksichtigung des Prinzips von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit finden wir:

$$t_3 - t_1 = \frac{r_{AB}}{c - v}$$

¹⁾ „Zeit“ bedeutet hier „Zeit des ruhenden Systems“ und zugleich „Zugrundelegung der bewegten Uhr, welche sich an dem Orte, von dem die Rede ist, befindet“.

und

$$t_3 - t_2 = \frac{r_{AB}}{c + v}$$

wobei r_{AB} die Länge des bewegten Stabes — im ruhenden System gemessen — bedeutet. Mit dem bewegten Stabe bewegte Beobachter würden also die beiden Uhren nicht synchron gehend finden, während im ruhenden System befindliche Beobachter die Uhren als synchron laufend erklären würden.

Wir sehen also, daß wir dem Begriffe der Gleichzeitigkeit keine absolute Bedeutung beimessen dürfen, sondern daß zwei Ereignisse, welche, von einem Koordinatensystem aus betrachtet, gleichzeitig sind, von einem relativ zu diesem System bewegten System aus betrachtet, nicht mehr als gleichzeitige Ereignisse anzufragen sind.

§ 3. Theorie der Koordinaten- und Zeittransformation von dem ruhenden auf ein relativ zu diesem in gleichförmiger Translationsbewegung befindliches System.

Seien im „ruhenden“ Raume zwei Koordinatensysteme, d. h. zwei Systeme von je drei von einem Punkte ausgehenden, aufeinander senkrechten starren materiellen Linien, gegeben. Die X -Achsen beider Systeme mögen zusammenfallen, ihre Y - und Z -Achsen bezüglich parallel sein. Jedem Systeme sei ein starrer Maßstab und eine Anzahl Uhren beigegeben, und es seien beide Maßstäbe sowie alle Uhren beider Systeme einander genau gleich.

Es werde nun dem Anfangspunkte des einen der beiden Systeme (B) eine (konstante) Geschwindigkeit v in Richtung der wachsenden x des anderen, ruhenden Systems (A) erteilt, welche sich auch den Koordinatenachsen, dem betreffenden Maßstabe sowie den Uhren mitteilen möge. Jeder Zeit t des ruhenden Systems K entspricht dann eine bestimmte Lage der Achsen des bewegten Systems und wir sind aus Symmetriegründen befugt anzunehmen, daß die Bewegung von K so beschaffen sein kann, daß die Achsen des bewegten Systems zur Zeit t (es ist mit „ t “ immer eine Zeit des ruhenden Systems bezeichnet) den Achsen des ruhenden Systems parallel seien.

Wir denken uns nun den Raum sowohl vom ruhenden System K aus mittels des ruhenden Maßstabes als auch vom

bewegten System k mittels des mit ihm bewegten Maßstabes ausgemessen und so die Koordinaten x, y, z bez. ξ, η, ζ ermittelt. Es werde ferner mittels der ruhenden System befindlichen ruhenden Uhren durch Lichtsignale in der in § 1 angegebenen Weise die Zeit t des ruhenden Systems für alle Punkte des leeren Raumes bestimmt, in denen sich Uhren befinden; ebenso werde die Zeit τ des bewegten Systems für alle Punkte des bewegten Systems, in welchen sich relativ zu letzterem ruhende Uhren befinden, bestimmt durch Anwendung der in § 1 genannten Methode der Lichtsignale zwischen den Punkten, in denen sich die letzteren Uhren befinden.

Zu jedem Wertsystem x, y, z, t , welches Ort und Zeit eines Ereignisses im ruhenden System vollkommen bestimmt, gehört ein jenes Ereignis relativ zum System k festlegendes Wertsystem ξ, η, ζ, τ , und es ist nun die Aufgabe zu lösen, das diese Größen verknüpfende Gleichungssystem zu finden.

Zunächst ist klar, daß die Gleichungen linear sein müssen wegen der Homogenitätseigenschaften, welche wir System k zeit beilegen.

Setzen wir $x' = x - vt$, so ist klar, daß einem im Raum k ruhenden Punkte ein bestimmtes, von der Zeit unabhängiges Wertsystem x', y, z zukommt. Wir bestimmen zuerst τ als Funktion von x, y, z und t . Zu diesem Zwecke haben wir in Gleichungen auszudrücken, daß τ nichts anderes ist als der Inbegriff der Angaben von im System k ruhenden Uhren, welche nach der im § 1 gegebenen Regel synchron gemacht worden sind.

Vom Anfangspunkte des Systems k aus werde ein Lichtstrahl zur Zeit τ_1 längs der X -Achse nach x' gesandt und von dort zur Zeit τ_2 nach dem Koordinatenursprung reflektiert, wo er zur Zeit τ_3 anlangt; so muß dann sein:

$$\xi_2(\tau_2 + \tau_3) = \tau_1$$

oder, indem man die Argumente der Funktion τ beifügt und das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im ruhenden Systeme anwendet:

$$\frac{1}{c} \left[c(0, 0, 0, \tau_1) + c \left(0, 0, 0, \left[t + \frac{x'}{c-v} + \frac{x'}{c+v} \right] \right) \right] = \tau \left(x', 0, 0, t + \frac{x'}{c-v} \right)$$

Hieraus folgt, wenn man x' unendlich klein wählt:

$$\frac{1}{c} \left(\frac{1}{c-v} + \frac{1}{c+v} \right) \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial \tau}{\partial t}$$

oder

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} + v \frac{\partial \tau}{\partial t} = 0$$

Es ist zu bemerken, daß wir statt des Koordinatensystems jeden anderen Punkt als Ausgangspunkt des Lichtstrahles hätten wählen können und es gilt deshalb die eben erhaltene Gleichung für alle Werte von x, y, z .

Eine analoge Überlegung — auf die B - und Z -Achse angewandt — liefert, wenn man beachtet, daß sich der Lichtstrahl gegen die Achsen vom ruhenden System aus betrachtet stets mit der Geschwindigkeit $\sqrt{c^2 - v^2}$ fortplazt:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

Aus diesen Gleichungen folgt, daß τ eine lineare Funktion ist:

$$\tau = a \left(t - \frac{v}{c^2 - v^2} x \right),$$

wobei a eine vorläufig unbekannte Funktion $g(t)$ ist und der Klammer halber angenommen ist, daß im Anfangspunkte von k für $t = 0$ $\tau = 0$ sei.

Mit Hilfe dieses Resultates ist es leicht, die Größen ξ, η, ζ zu ermitteln, indem man durch Gleichungen ausdrückt, daß sich das Licht (wie das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in Verbindung mit dem Relativitätsprinzip verlangt) auch im bewegten System gemessen mit der Geschwindigkeit c fortplazt. Für einen zur Zeit $\tau = 0$ in Richtung der wachsenden x' ausgesandten Lichtstrahl gilt:

$$\xi = F\tau,$$

oder

$$\xi = a \left(t - \frac{v}{c^2 - v^2} x \right).$$

Nun bewegt sich aber der Lichtstrahl relativ zum Anfangs-

punkt von k im ruhenden System gemessen mit der Geschwindigkeit $F - v$, so daß gilt:

$$\frac{\xi}{F - v} = t.$$

Setzen wir diesen Wert von t in die Gleichung für ξ ein, so erhalten wir:

$$\xi = a \frac{v^2}{F^2 - v^2} x.$$

Auf analoge Weise finden wir durch Betrachtung von längs den beiden anderen Achsen bewegte Lichtstrahlen:

$$\eta = F\tau = a \left(t - \frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}} x \right),$$

wobei

$$\frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{F^2 - v^2} = t; \quad x' = 0;$$

also

$$\eta = a \frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}} y$$

und

$$\zeta = a \frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}} z.$$

Setzen wir für τ seinen Wert ein, so erhalten wir:

$$\tau = g(v) \left(t - \frac{v}{c^2} x \right),$$

$$\xi = g(v) \beta (x - v\tau),$$

$$\eta = g(v) y,$$

$$\zeta = g(v) z,$$

wobei

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

und g eine vollständig unbekannte Funktion von v ist. Macht man aber die Annahme des bewegten Systems und über den Nullpunkt von τ keinerlei Voraussetzung, so ist auf den rechten Seiten dieser Gleichungen je eine additive Konstante zuzufügen.

Wir haben nun zu beweisen, daß jeder Lichtstrahl sich, im bewegten System gemessen, mit der Geschwindigkeit c fortplazt, falls dies, wie wir angenommen haben, im ruhenden

Voraussetzung einführen, daß sich das Licht im leeren Raume stets mit einer bestimmten, vom Bewegungszustande des emittierenden Körpers unabhängigen Geschwindigkeit V fortpflanze. Diese beiden Voraussetzungen genügen, um zu einer einfachen und widerspruchsfreien Elektrodynamik bewegter Körper zu gelangen unter Zugrundelegung der Maxwellschen Theorie für ruhende Körper. Die Einführung eines „Lichtäthers“ wird sich insofern als überflüssig erweisen, als nach der zu entwickelnden Auffassung weder ein mit besonderen Eigenschaften ausgestatteter „absolut ruhender Raum“ eingeführt, noch einem Punkte des leeren Raumes, in welchem elektromagnetische Prozesse stattfinden, ein Geschwindigkeitsvektor zugeordnet wird.

Die zu entwickelnde Theorie stützt sich — wie jede andere Elektrodynamik — auf die Kinematik des starren Körpers, da die Aussagen einer jeden Theorie Beziehungen zwischen starren Körpern (Koordinatensystemen), Uhren und elektromagnetischen Prozessen betreffen. Die nicht genügende Berücksichtigung dieses Umstandes ist die Wurzel der Schwierigkeiten, mit denen die Elektrodynamik bewegter Körper gegenwärtig zu kämpfen hat.

I. Kinematischer Teil.

§ 1. Definition der Gleichzeitigkeit.

Es liege ein Koordinatensystem vor, in welchem die Newtonschen mechanischen Gleichungen gelten. Wir nennen dies Koordinatensystem zur sprachlichen Unterscheidung von später einzuführenden Koordinatensystemen und zur Präzisierung der Vorstellung das „ruhende System“.

Ruht ein materieller Punkt relativ zu diesem Koordinatensystem, so kann seine Lage relativ zu letzterem durch starre Maßstäbe unter Benutzung der Methoden der euklidischen Geometrie bestimmt und in kartesischen Koordinaten ausgedrückt werden.

Wollen wir die *Bewegung* eines materiellen Punktes beschreiben, so geben wir die Werte seiner Koordinaten in Funktion der Zeit. Es ist nun wohl im Auge zu behalten, daß eine derartige mathematische Beschreibung erst dann einen physikalischen Sinn hat, wenn man sich vorher darüber klar geworden ist, was hier unter „Zeit“ verstanden wird.

Wir haben zu berücksichtigen, daß alle unsere Urteile, in welchen die Zeit eine Rolle spielt, immer Urteile über *gleichzeitige Ereignisse* sind. Wenn ich z. B. sage: „Jener Zug kommt hier um 7 Uhr an,“ so heißt dies etwa: „Das Zeigen des kleinen Zeigers meiner Uhr auf 7 und das Ankommen des Zuges sind gleichzeitige Ereignisse.“¹⁾

Es könnte scheinen, daß alle die Definition der „Zeit“ betreffenden Schwierigkeiten dadurch überwunden werden könnten, daß ich an Stelle der „Zeit“ die „Stellung des kleinen Zeigers meiner Uhr“ setze. Eine solche Definition genügt in der Tat, wenn es sich darum handelt, eine Zeit zu definieren ausschließlich für den Ort, an welchem sich die Uhr eben befindet; die Definition genügt aber nicht mehr, sobald es sich darum handelt, an verschiedenen Orten stattfindende Ereignisreihen miteinander zeitlich zu verknüpfen, oder — was auf dasselbe hinausläuft — Ereignisse zeitlich zu werten, welche in von der Uhr entfernten Orten stattfinden.

Wir könnten uns allerdings damit begnügen, die Ereignisse dadurch zeitlich zu werten, daß ein samt der Uhr im Koordinatenursprung befindlicher Beobachter jedem von einem zu wertenden Ereignis Zeugnis gebenden, durch den leeren Raum zu ihm gelangenden Lichtzeichen die entsprechende Uhrzeigerstellung zuordnet. Eine solche Zuordnung bringt aber den Übelstand mit sich, daß sie vom Standpunkte des mit der Uhr versehenen Beobachters nicht unabhängig ist, wie wir durch die Erfahrung wissen. Zu einer weit praktischeren Festsetzung gelangen wir durch folgende Betrachtung.

Befindet sich im Punkte A des Raumes eine Uhr, so kann ein in A befindlicher Beobachter die Ereignisse in der unmittelbaren Umgebung von A zeitlich werten durch Aufsuchen der mit diesen Ereignissen gleichzeitigen Uhrzeigerstellungen. Befindet sich auch im Punkte B des Raumes eine Uhr — wir wollen hinzufügen, „eine Uhr von genau derselben Beschaffenheit wie die in A befindliche“ — so ist auch eine zeitliche Wertung der Ereignisse in der unmittelbaren Umgebung von

1) Die Ungenauigkeit, welche in dem Begriffe der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse an (annähernd) demselben Orte steckt und gleichfalls durch eine Abstraktion überbrückt werden muß, soll hier nicht erörtert werden.

B durch einen in B befindlichen Beobachter, aber ohne weitere Festsetzung, daß die Uhr in A mit einem Ereignis in B gleichzeitig ist, bisher nur eine „ A -Zeit“ und B gemeinsame „Zeit“, nun definiert werden. Die „Zeit“, welche das Licht von A nach B zu gelangen, gleich ist der Zeit, welche das Licht von B nach A zu gelangen. Die „ A -Zeit“ t_A von A nach B ist gegen A zu reflektieren, zurück. Die beiden Zeiten sind gleich, wenn

Wir nehmen an, daß die Uhr in A in widerspruchsfreier Weise viele Punkte, daß also

1. Wenn die Uhr in A auf 7 zeigt, so läuft die Uhr in A auf 7.

2. Wenn die Uhr in A auf 7 zeigt, mit der Uhr in C synchron ist, so ist B und C synchron relativ zu A .

Wir haben so eine physikalische Erfahrung, die uns laufend, an verschiedenen Orten Uhren zu verstehen, an verschiedenen Orten von „gleichzeitig“ und „gleichzeitig“ eines Ereignisses ist die mit der Uhr in A einer am Orte des Ereignisses, welche mit einer bestimmten Zeitbestimmung alle Zeitbestimmungen.

Wir setzen noch eine Größe

eine universelle Konstante (die Zeitdauer zwischen zwei Punkten des Raumes) sei.

Wesentlich ist, daß

Wir haben zu berücksichtigen, daß alle unsere Urteile, in welchen die Zeit eine Rolle spielt, immer Urteile über *gleichzeitige Ereignisse* sind. Wenn ich z. B. sage: „Jener Zug kommt hier um 7 Uhr an,“ so heißt dies etwa: „Das Zeigen des kleinen Zeigers meiner Uhr auf 7 und das Ankommen des Zuges sind gleichzeitige Ereignisse.“¹⁾

Es könnte scheinen, daß alle die Definition der „Zeit“ betreffenden Schwierigkeiten dadurch überwunden werden könnten, daß ich an Stelle der „Zeit“ die „Stellung des kleinen Zeigers meiner Uhr“ setze. Eine solche Definition genügt in der Tat, wenn es sich darum handelt, eine Zeit zu definieren ausschließlich für den Ort, an welchem sich die Uhr eben befindet; die Definition genügt aber nicht mehr, sobald es sich darum handelt, an verschiedenen Orten stattfindende Ereignisreihen miteinander zeitlich zu verknüpfen, oder — was auf dasselbe hinausläuft — Ereignisse zeitlich zu werten, welche in von der Uhr entfernten Orten stattfinden.

Wir könnten uns allerdings damit begnügen, die Ereignisse dadurch zeitlich zu werten, daß ein samt der Uhr im Koordinatenursprung befindlicher Beobachter jedem von einem zu wertenden Ereignis Zeugnis gebend, durch den leeren Raum zu ihm gelangenden Lichtzeichen die entsprechende Uhrzeigerstellung zuordnet. Eine solche Zuordnung bringt aber den Übelstand mit sich, daß sie vom Standpunkte des mit der Uhr versehenen Beobachters nicht unabhängig ist, wie wir durch die Erfahrung wissen. Zu einer weit praktischeren Festsetzung gelangen wir durch folgende Betrachtung.

Befindet sich im Punkte *A* des Raumes eine Uhr, so kann ein in *A* befindlicher Beobachter die Ereignisse in der unmittelbaren Umgebung von *A* zeitlich werten durch Aufsuchen der mit diesen Ereignissen gleichzeitigen Uhrzeigerstellungen. Befindet sich auch im Punkte *B* des Raumes eine Uhr — wir wollen hinzufügen, „eine Uhr von genau derselben Beschaffenheit wie die in *A* befindliche“ — so ist auch eine zeitliche Wertung der Ereignisse in der unmittelbaren Umgebung von

¹⁾ Die Ungenauigkeit, welche in dem Begriffe der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse an (annähernd) demselben Orte steckt und gleichfalls durch eine Abstraktion überbrückt werden muß, soll hier nicht erörtert werden.

2. Clock synchronization

ruhender Uhren definiert haben; wir nennen die eben definierte Zeit wegen dieser Zugehörigkeit zum ruhenden System „die Zeit des ruhenden Systems“.

B durch einen in *B* befindlichen Beobachter möglich. Es ist aber ohne weitere Festsetzung nicht möglich, ein Ereignis in *A* mit einem Ereignis in *B* zeitlich zu vergleichen; wir haben bisher nur eine „*A*-Zeit“ und eine „*B*-Zeit“, aber keine für *A* und *B* gemeinsame „Zeit“ definiert. Die letztere Zeit kann nun definiert werden, indem man durch *Definition* festsetzt, daß die „Zeit“, welche das Licht braucht, um von *A* nach *B* zu gelangen, gleich ist der „Zeit“, welche es braucht, um von *B* nach *A* zu gelangen. Es gehe nämlich ein Lichtstrahl zur „*A*-Zeit“ t_A von *A* nach *B* ab, werde zur „*B*-Zeit“ t_B in *B* gegen *A* zu reflektiert und gelange zur „*A*-Zeit“ t'_A nach *A* zurück. Die beiden Uhren laufen definitionsgemäß synchron, wenn

$$t_B - t_A = t'_A - t_B.$$

Wir nehmen an, daß diese Definition des Synchronismus in widerspruchsfreier Weise möglich sei, und zwar für beliebig viele Punkte, daß also allgemein die Beziehungen gelten:

1. Wenn die Uhr in *B* synchron mit der Uhr in *A* läuft, so läuft die Uhr in *A* synchron mit der Uhr in *B*.

2. Wenn die Uhr in *A* sowohl mit der Uhr in *B* als auch mit der Uhr in *C* synchron läuft, so laufen auch die Uhren in *B* und *C* synchron relativ zueinander.

Wir haben so unter Zuhilfenahme gewisser (gedachter) physikalischer Erfahrungen festgelegt, was unter synchron laufenden, an verschiedenen Orten befindlichen, ruhenden Uhren zu verstehen ist und damit offenbar eine Definition von „gleichzeitig“ und „Zeit“ gewonnen. Die „Zeit“ eines Ereignisses ist die mit dem Ereignis gleichzeitige Angabe einer am Orte des Ereignisses befindlichen, ruhenden Uhr, welche mit einer bestimmten, ruhenden Uhr, und zwar für alle Zeitbestimmungen mit der nämlichen Uhr, synchron läuft.

Wir setzen noch der Erfahrung gemäß fest, daß die Größe

$$\frac{2AB}{t'_A - t_A} = V$$

eine universelle Konstante (die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raume) sei.

Wesentlich ist, daß wir die Zeit mittels im ruhenden System

I. Kinematischer Teil.

§ 1. Definition der Gleichzeitigkeit.

Es liege ein Koordinatensystem vor, in welchem die Newtonschen mechanischen Gleichungen gelten. Wir nennen dies Koordinatensystem zur sprachlichen Unterscheidung von später einzuführenden Koordinatensystemen und zur Präzisierung der Vorstellung das „*ruhende System*“.

Ruht ein materieller Punkt relativ zu diesem Koordinatensystem, so kann seine Lage relativ zu letzterem durch starre Maßstäbe unter Benutzung der Methoden der euklidischen Geometrie bestimmt und in kartesischen Koordinaten ausgedrückt werden.

Wollen wir die *Bewegung* eines materiellen Punktes beschreiben, so geben wir die Werte seiner Koordinaten in Funktion der Zeit. Es ist nun wohl im Auge zu behalten, daß eine derartige mathematische Beschreibung erst dann einen physikalischen Sinn hat, wenn man sich vorher darüber klar geworden ist, was hier unter „Zeit“ verstanden wird.

In a curved spacetime, clocks can no longer be synchronized.

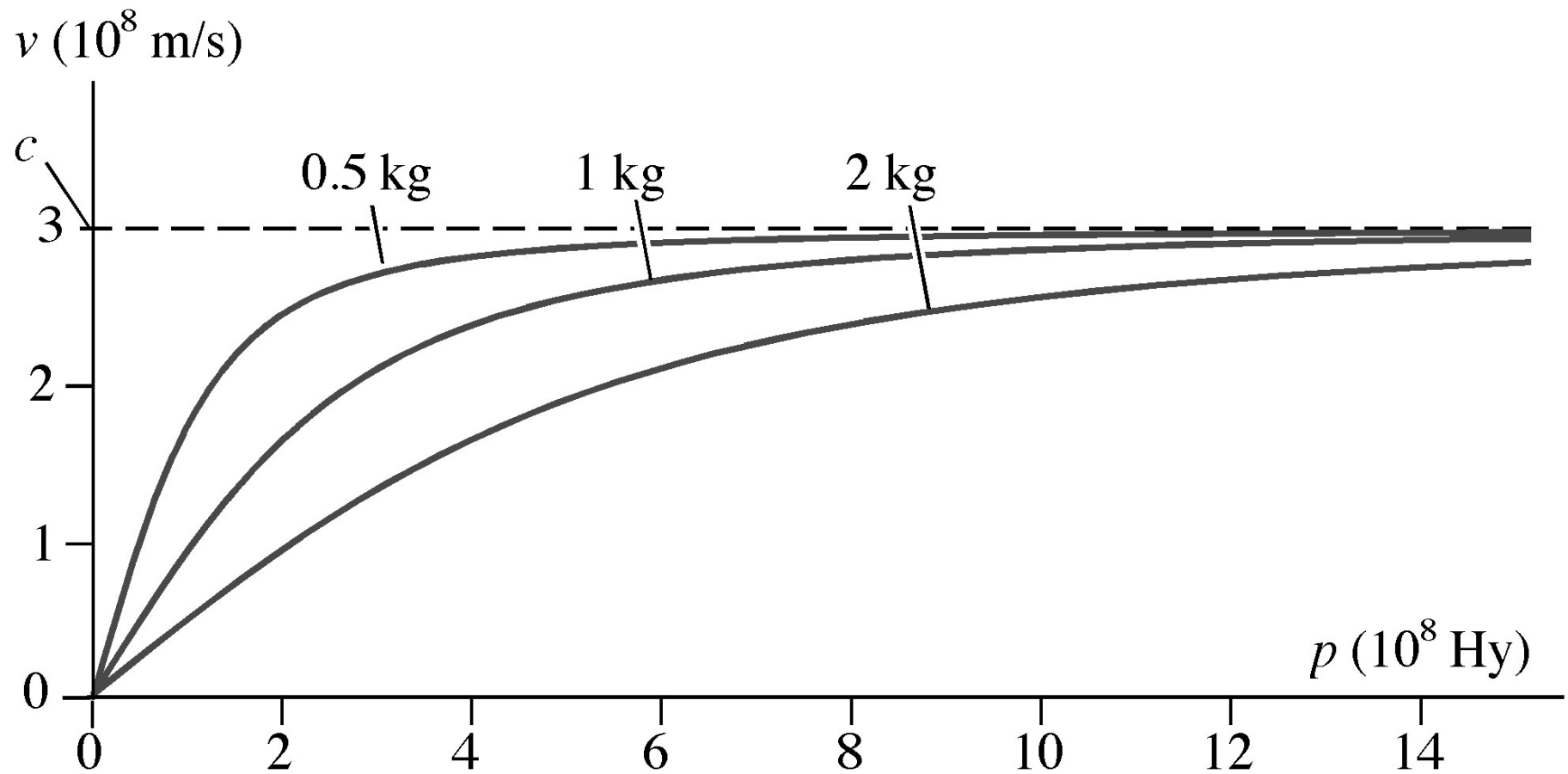
1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

$$E = k \cdot m \quad k = 9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}$$

$$E = m \cdot c^2 \quad E \sim c^2 ?$$

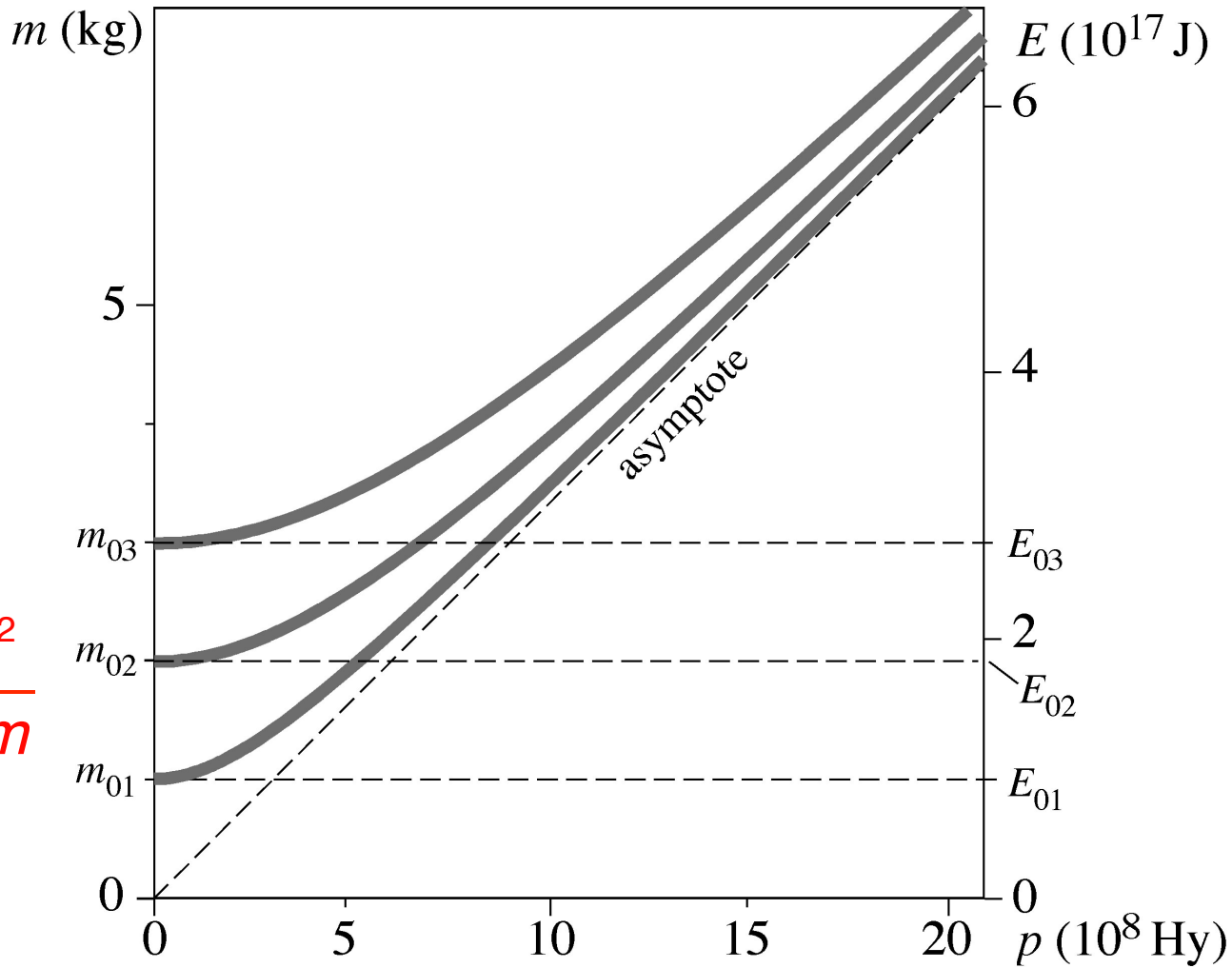
c = terminal velocity

1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons



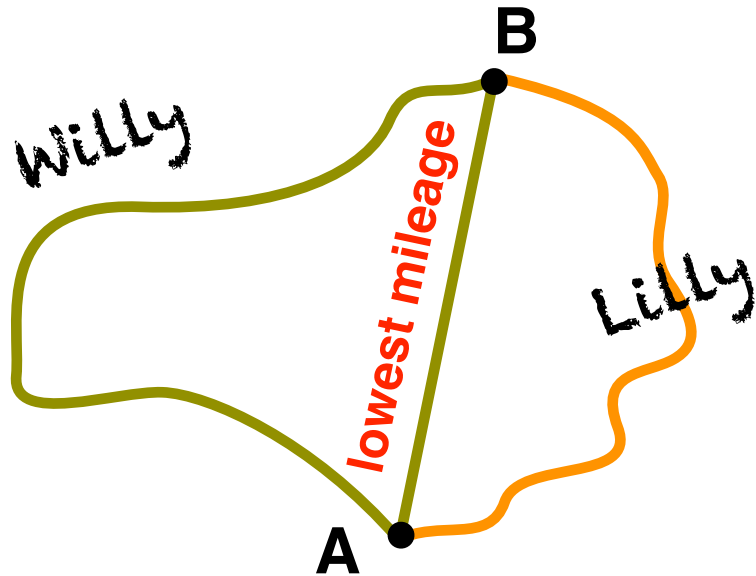
$$E = c \cdot p$$

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

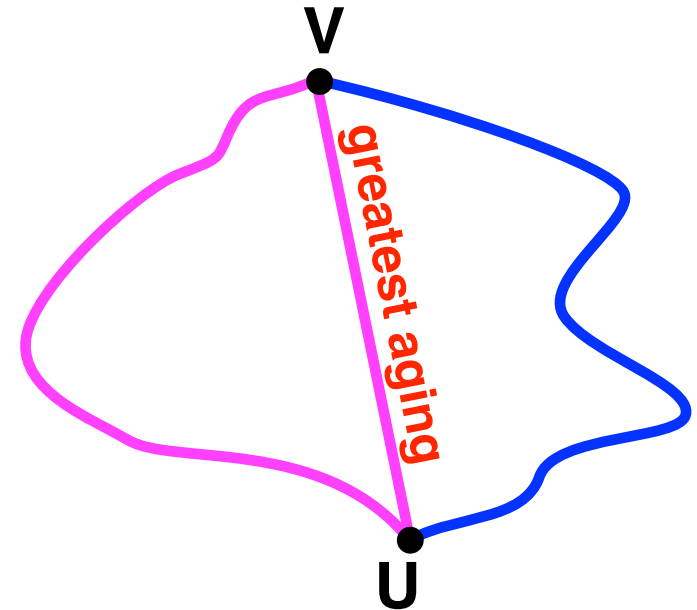


1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

2D space

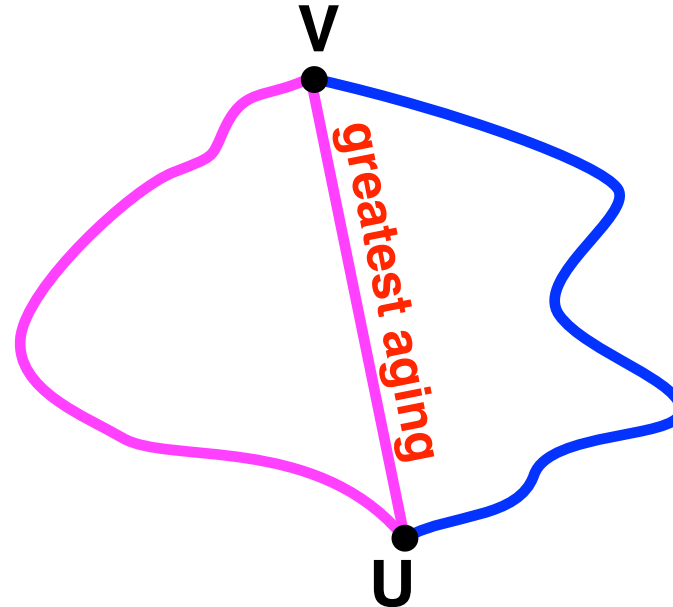


mileage counter

spacetime
(1D space + time)

stopwatch

spacetime
(1D space + time)



For the person (watch) who moves free-floating, the longest time passes.

For the person (watch) who moves with (almost) the terminal velocity (almost) no time passes.

1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

No four-vectors

4-interval

$$(cdt, -dx, -dy, -dz) \quad ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

4-momentum

$$(E/c, p_x, p_y, p_z)$$

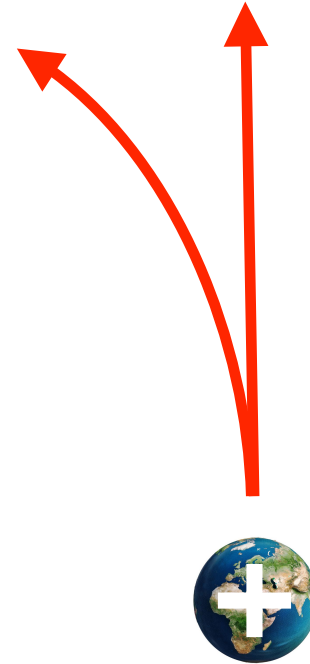
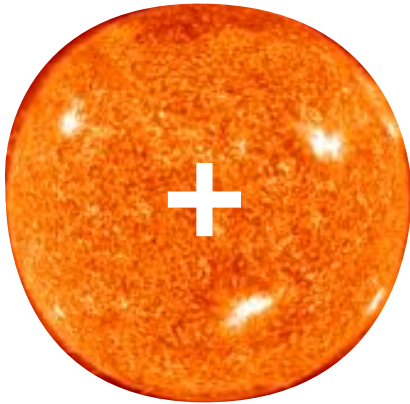
Why?

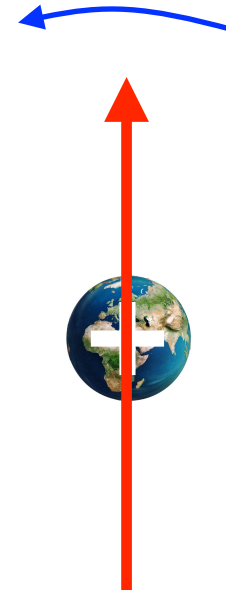
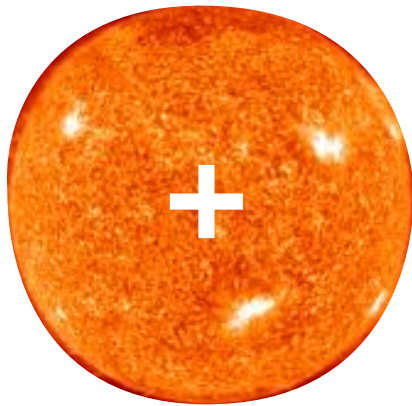
Bodies don't move on a world line

No gravitational force, no Newton's law of gravitation

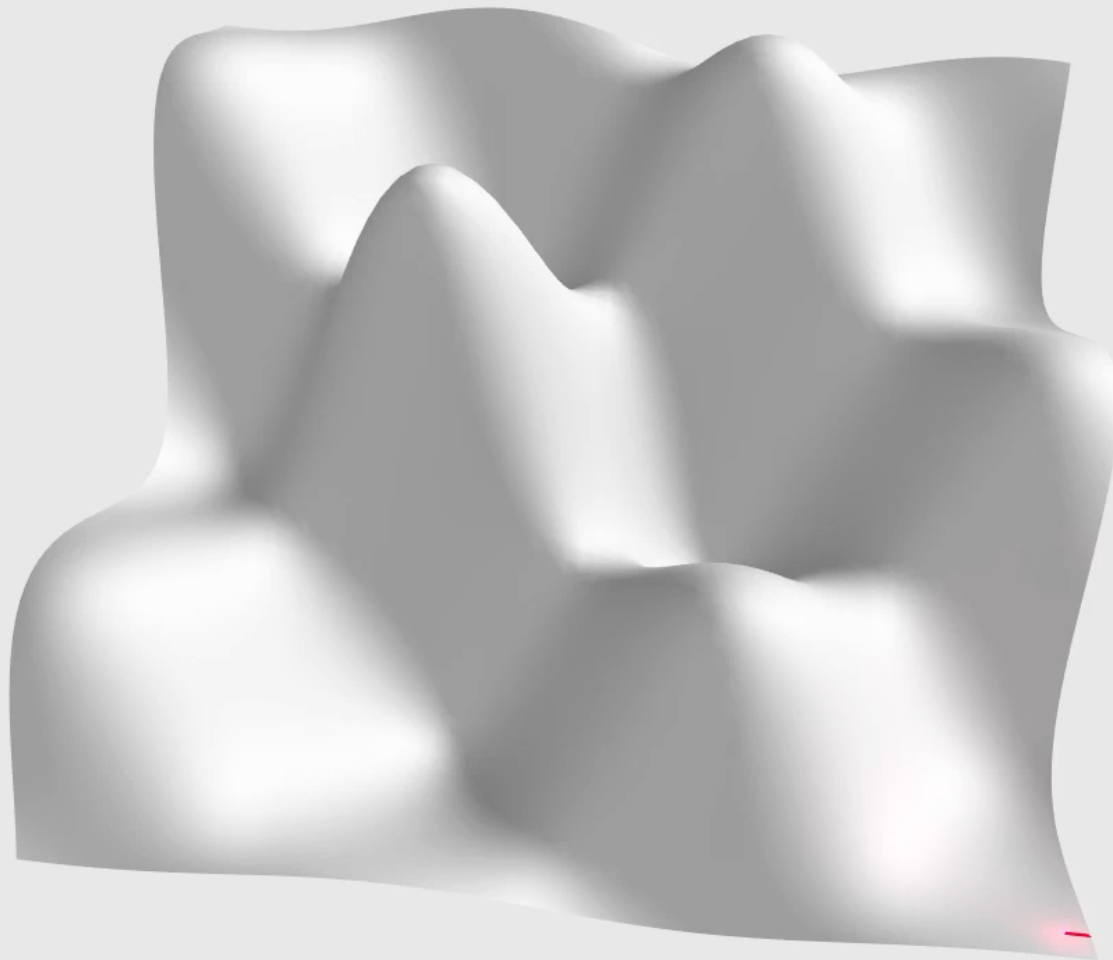
Instead

- Gravitational forces treated classically
- Curvature of 3D-space



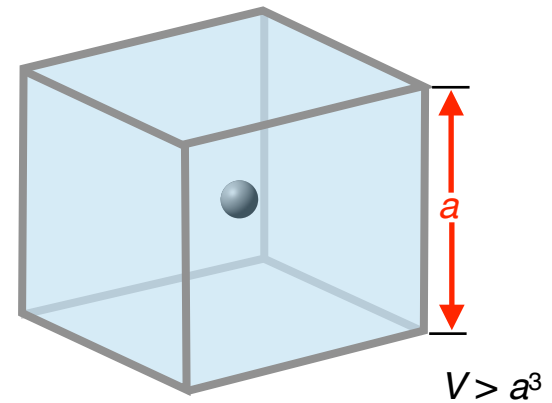
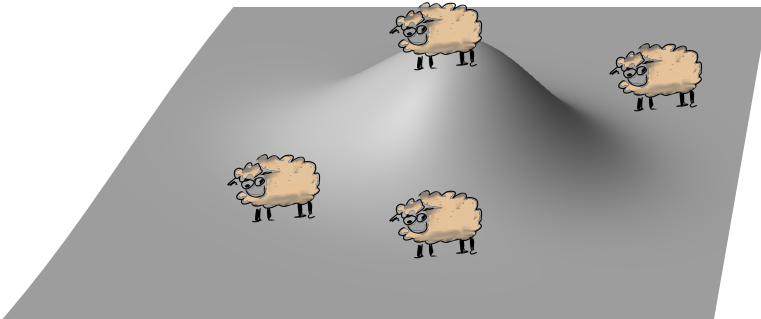
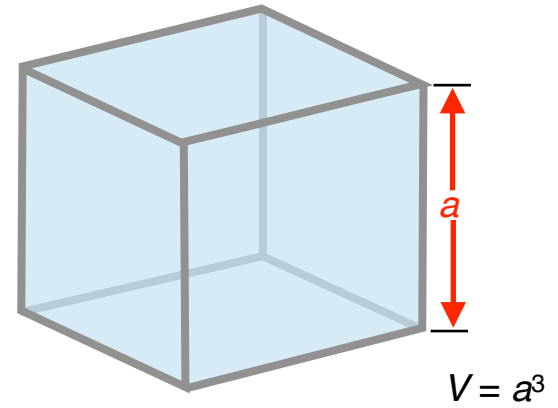
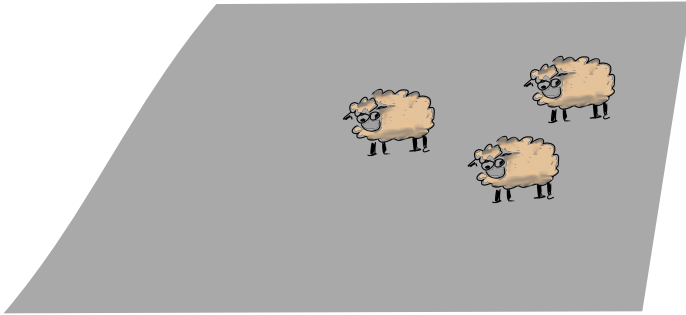


Geodesics in 3D-space



1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

7. Length contraction or volume changes

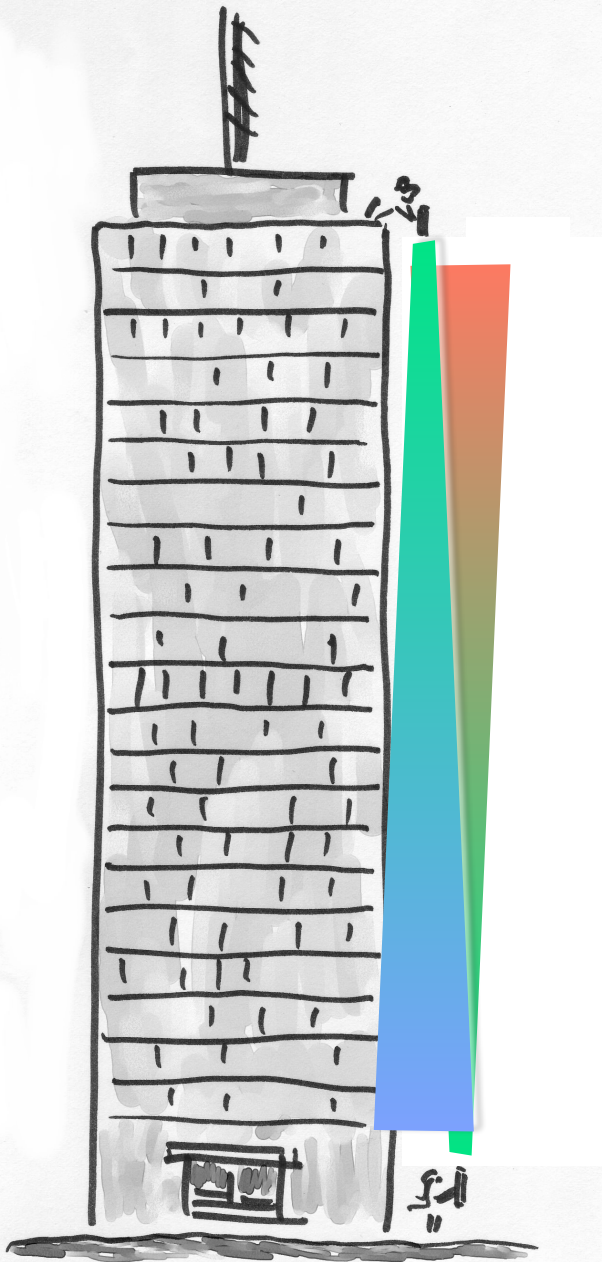


1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

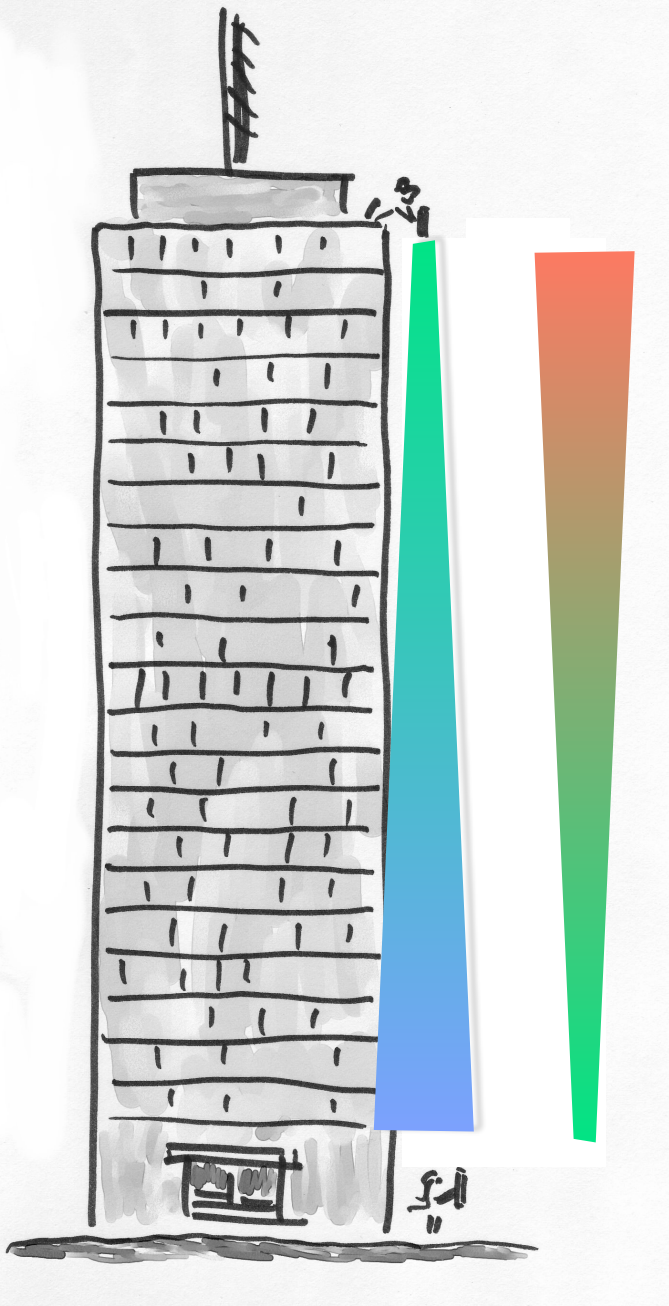
8. The two twin paradoxes

Wikipedia:

According to the general theory of relativity, the rate of a clock depends on the location in the gravitational field and,



8. The two twin paradoxes

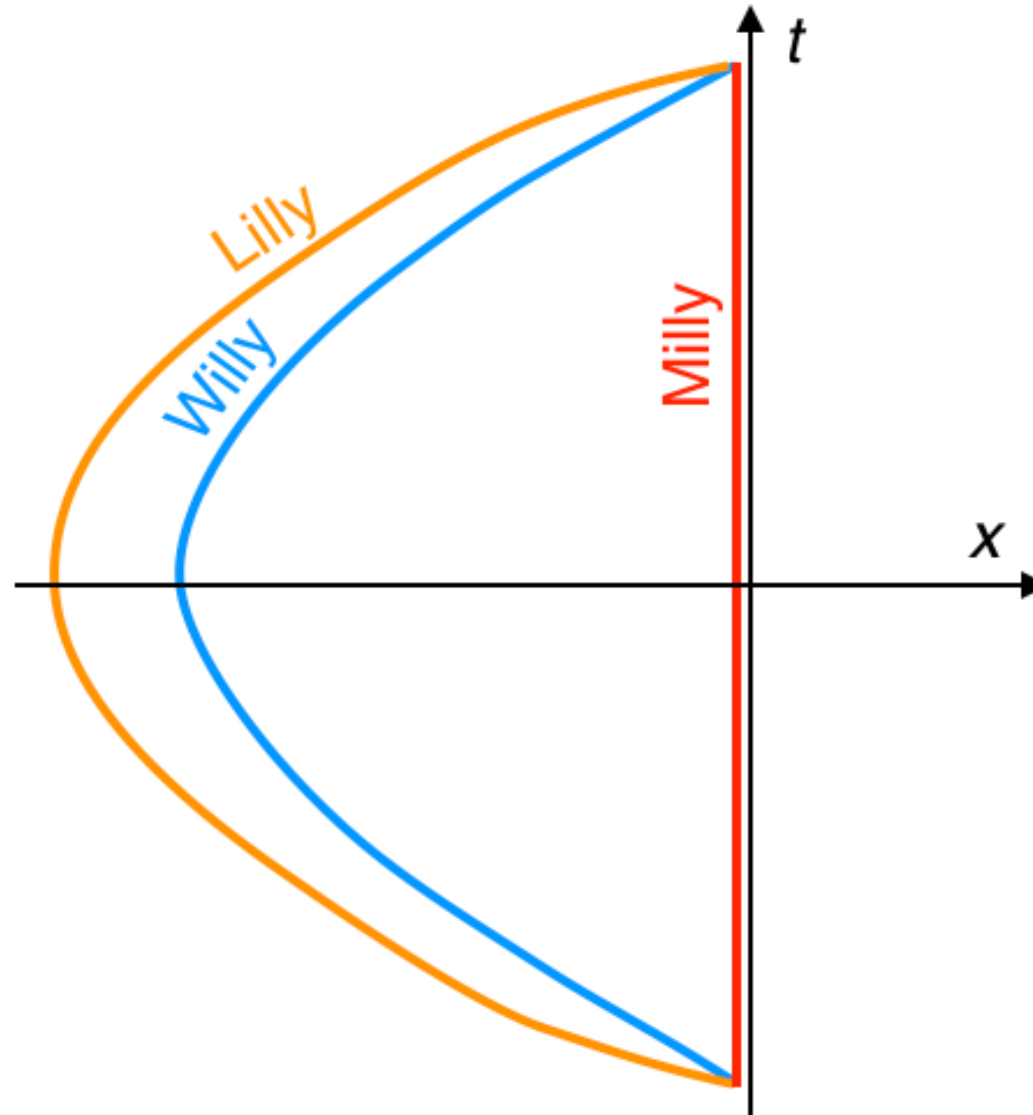
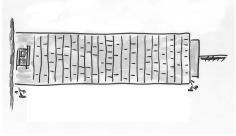


GRT characteristic: curved spacetime

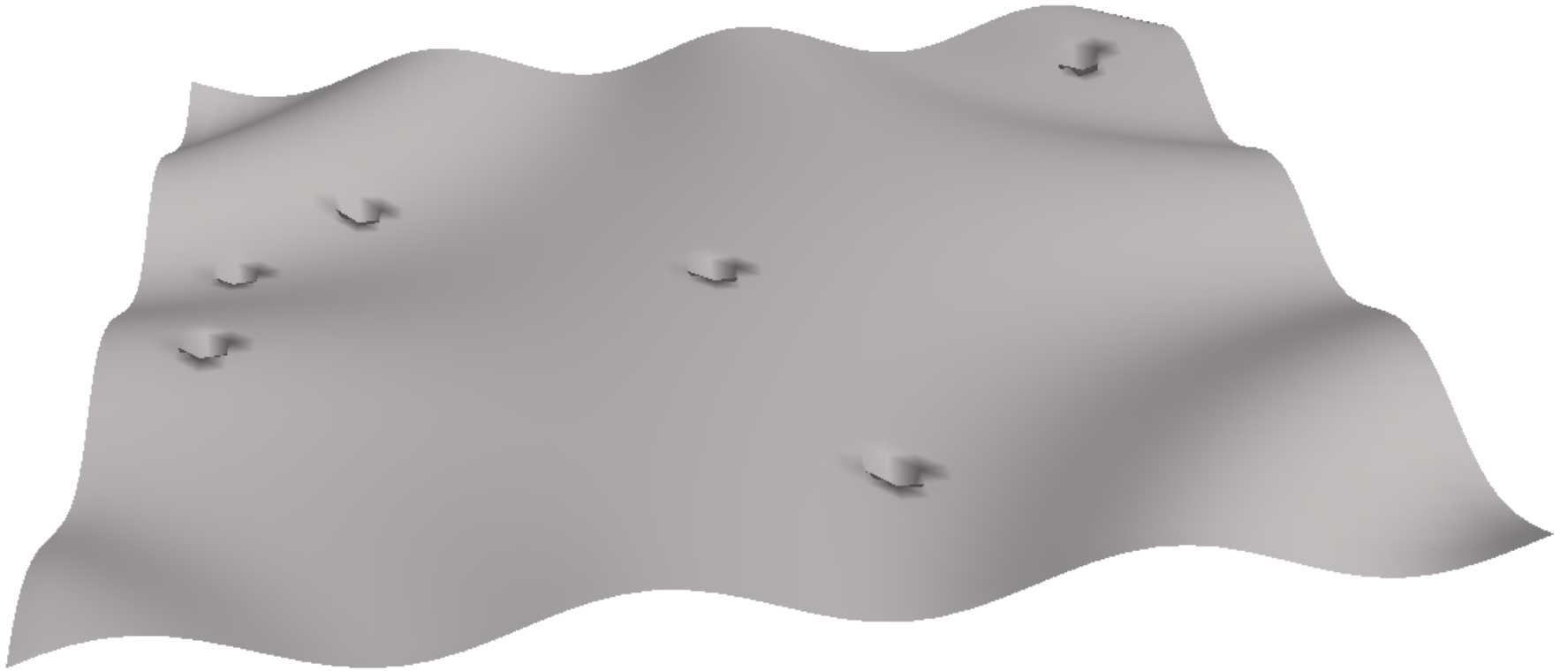
Effect already occurs in an homogeneous gravitational field.

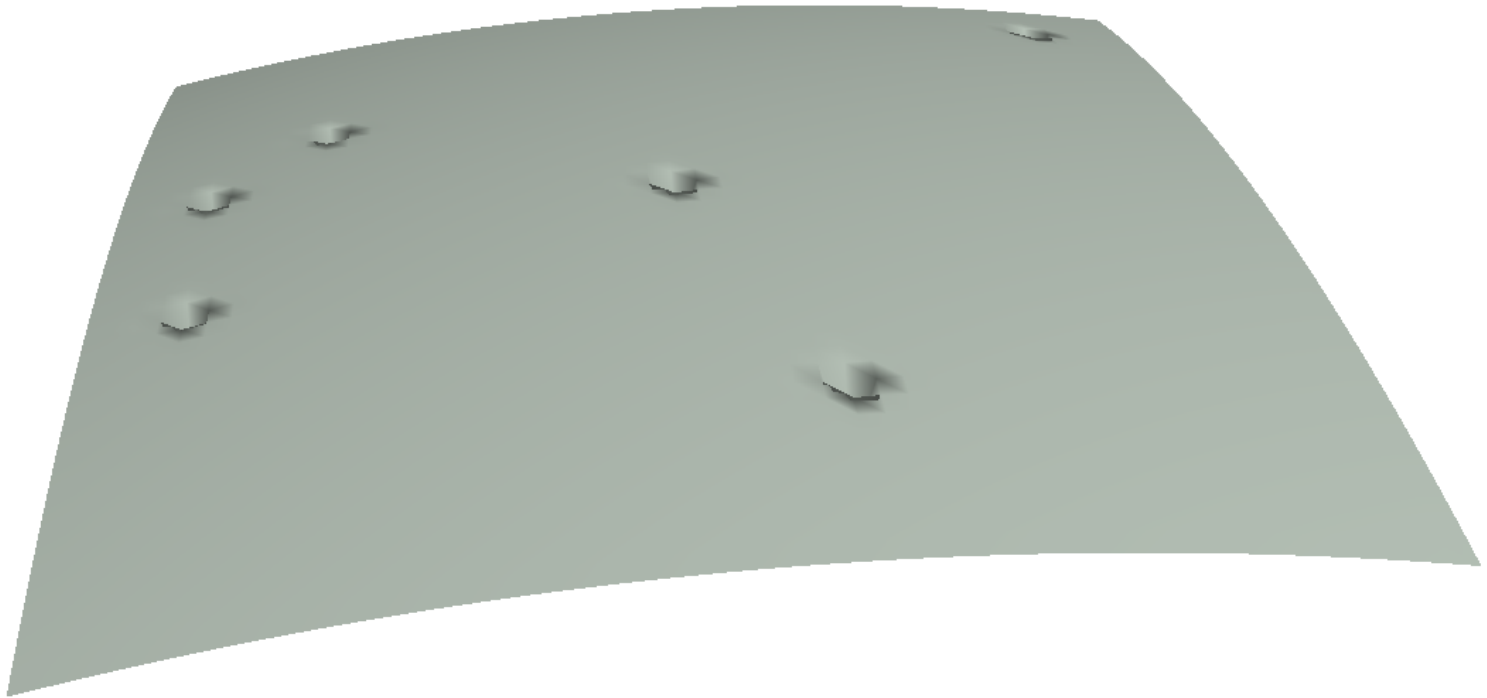
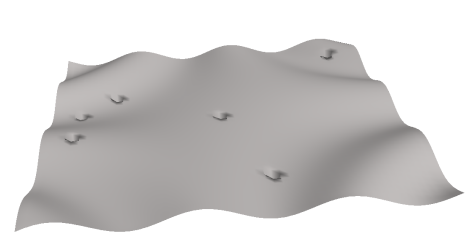
The field can be transformed away, by describing the situation in a free-floating system.

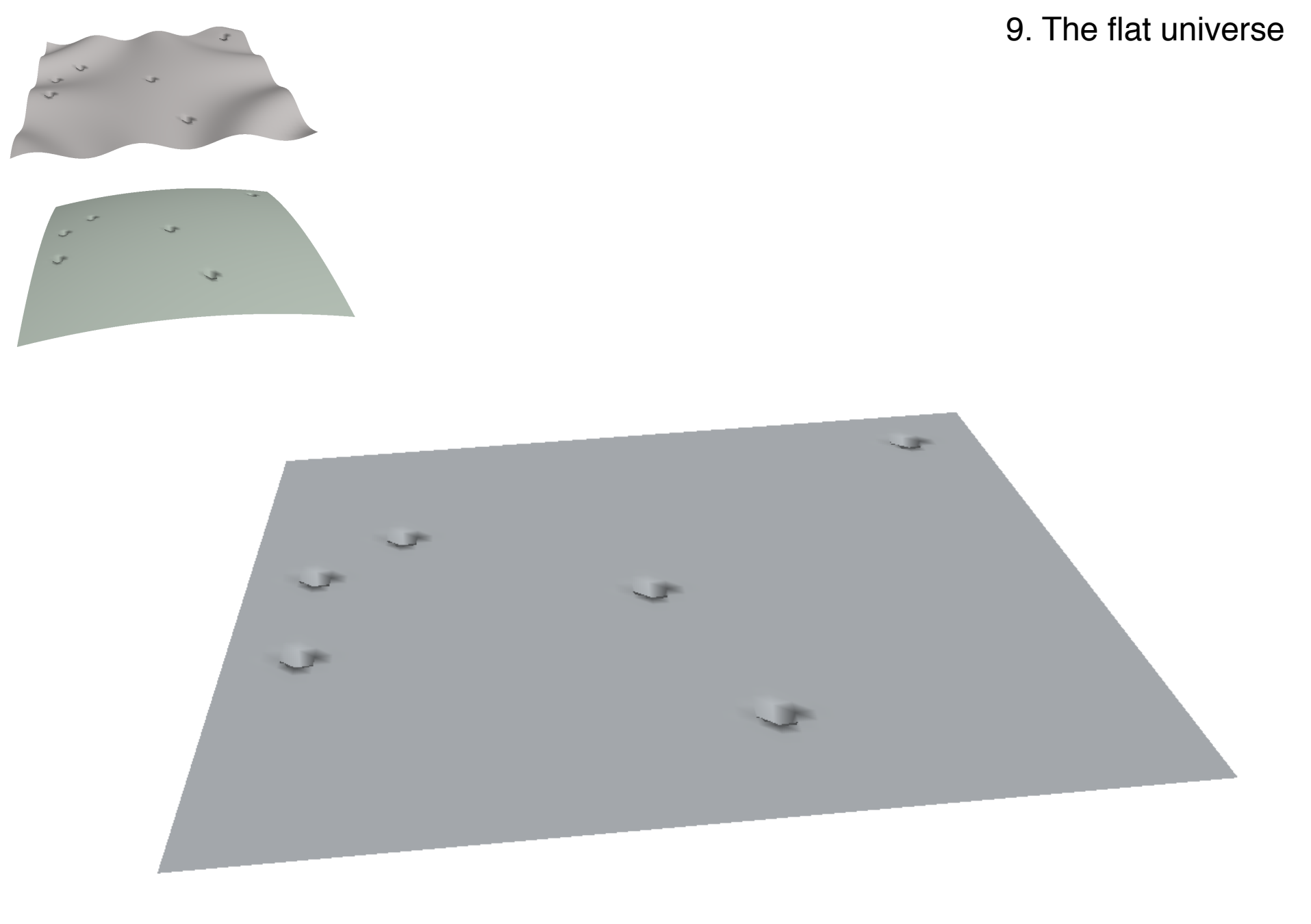
8. The two twin paradoxes

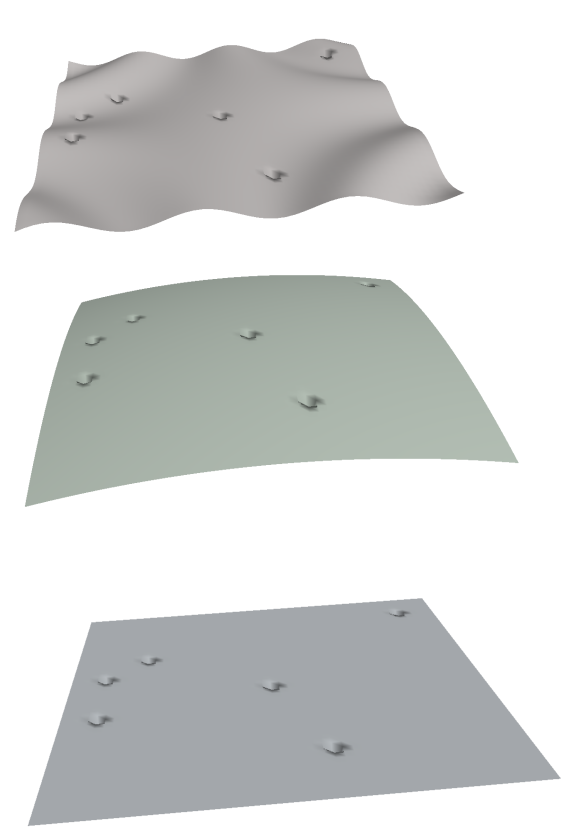


1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons

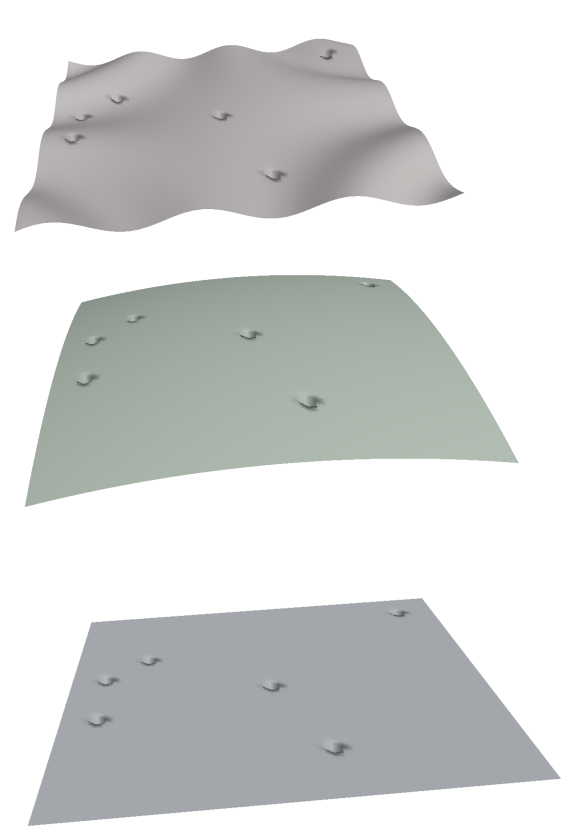






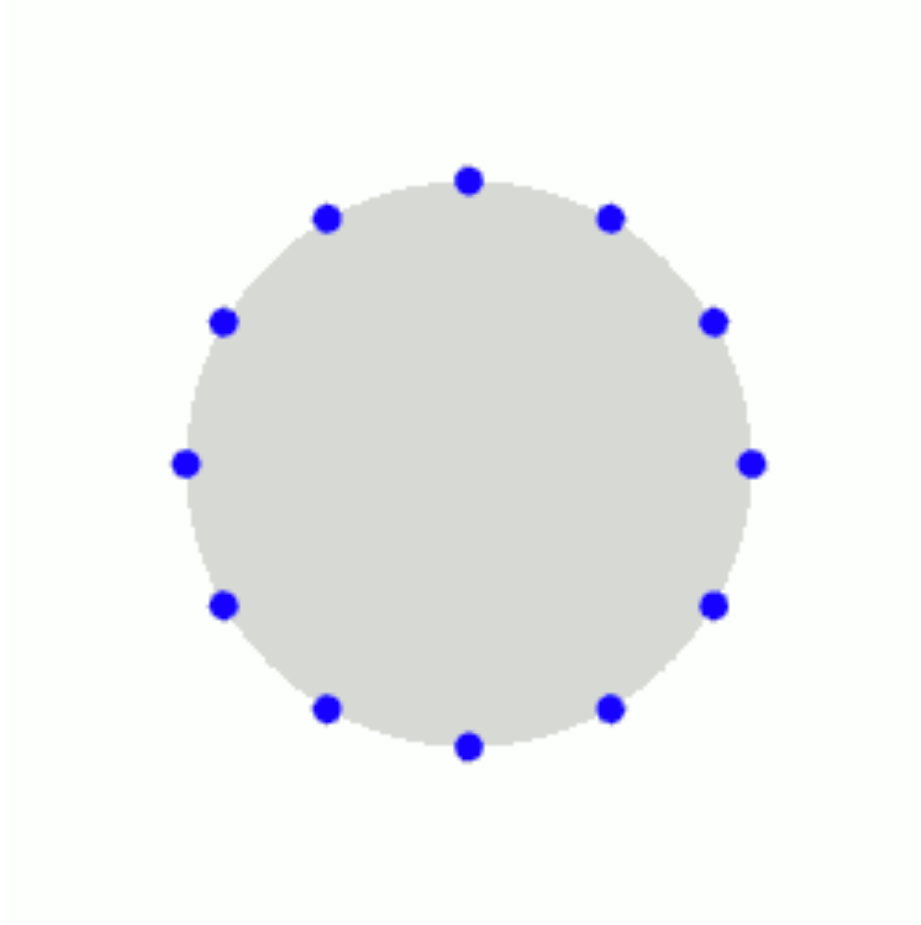


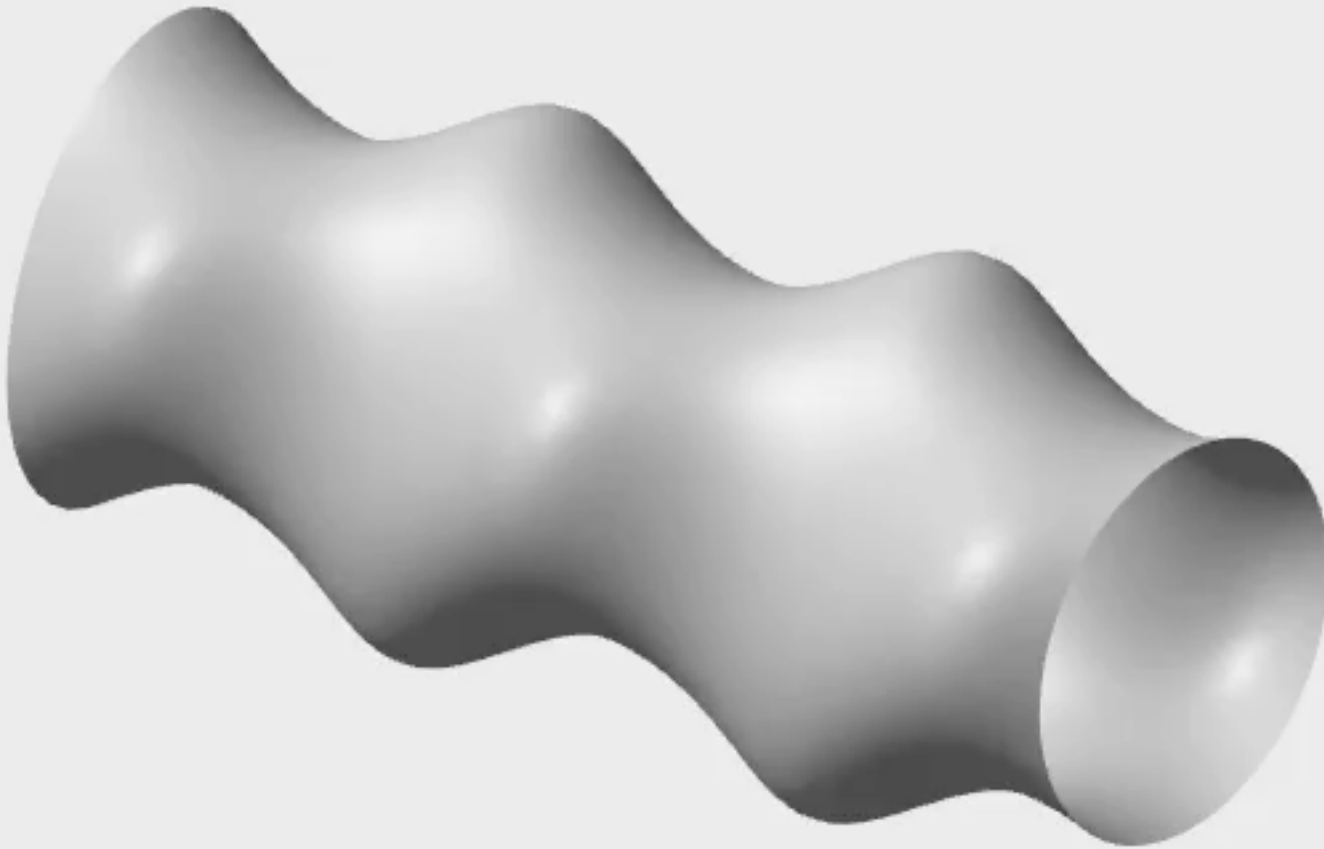
The universe is flat.



It is a **surprise** that the universe is flat.

1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons





Newton's absolute space:

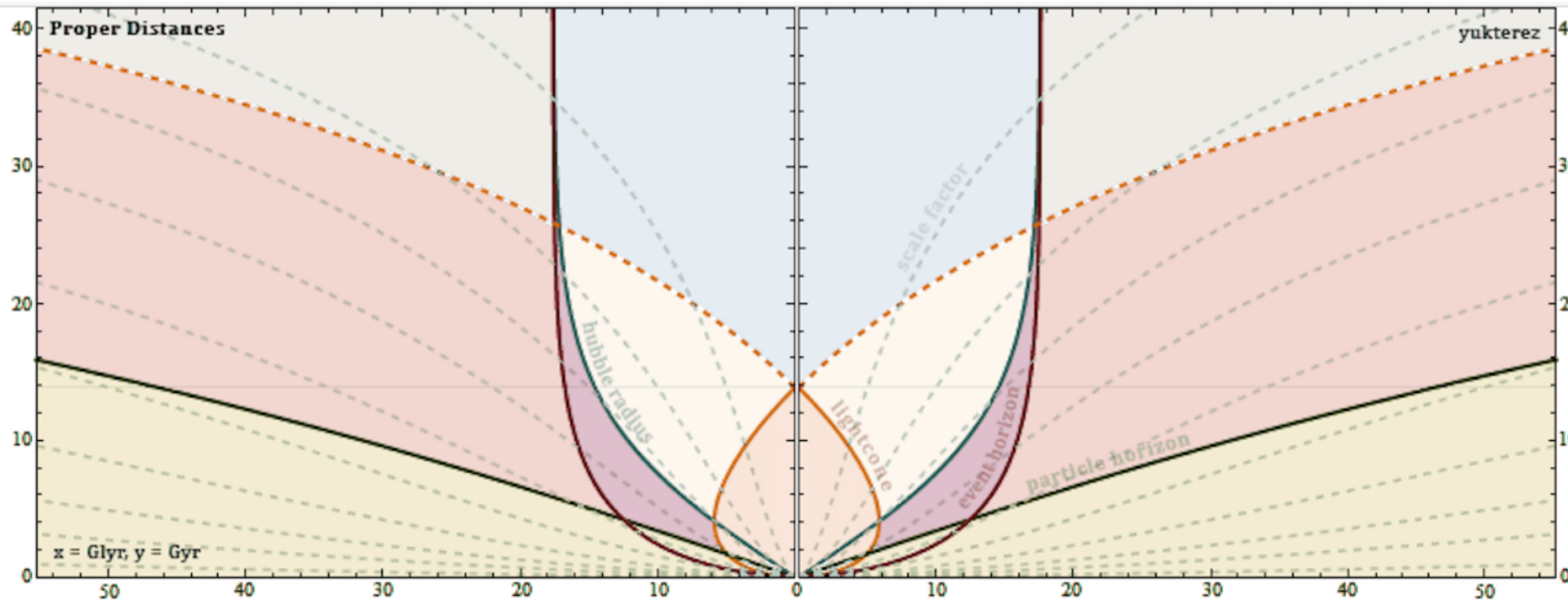
It was necessary to unmask the words “absolute time”, “absolute space” as unproven, unchecked **magic prejudices** of pre-relativist physics.

Precursor of modern spacetime

There is an absolute space.

→ **There is an absolute spacetime.**

1. Relativity and change of reference frame
2. Clock synchronization
3. Identity of energy and mass
4. Relativistic dynamics
5. Spacetime
6. Four-vectors
7. Length contraction or volume changes
8. The two twin paradoxes
9. The flat universe
10. Space as a carrier of waves
11. Horizons



event horizon

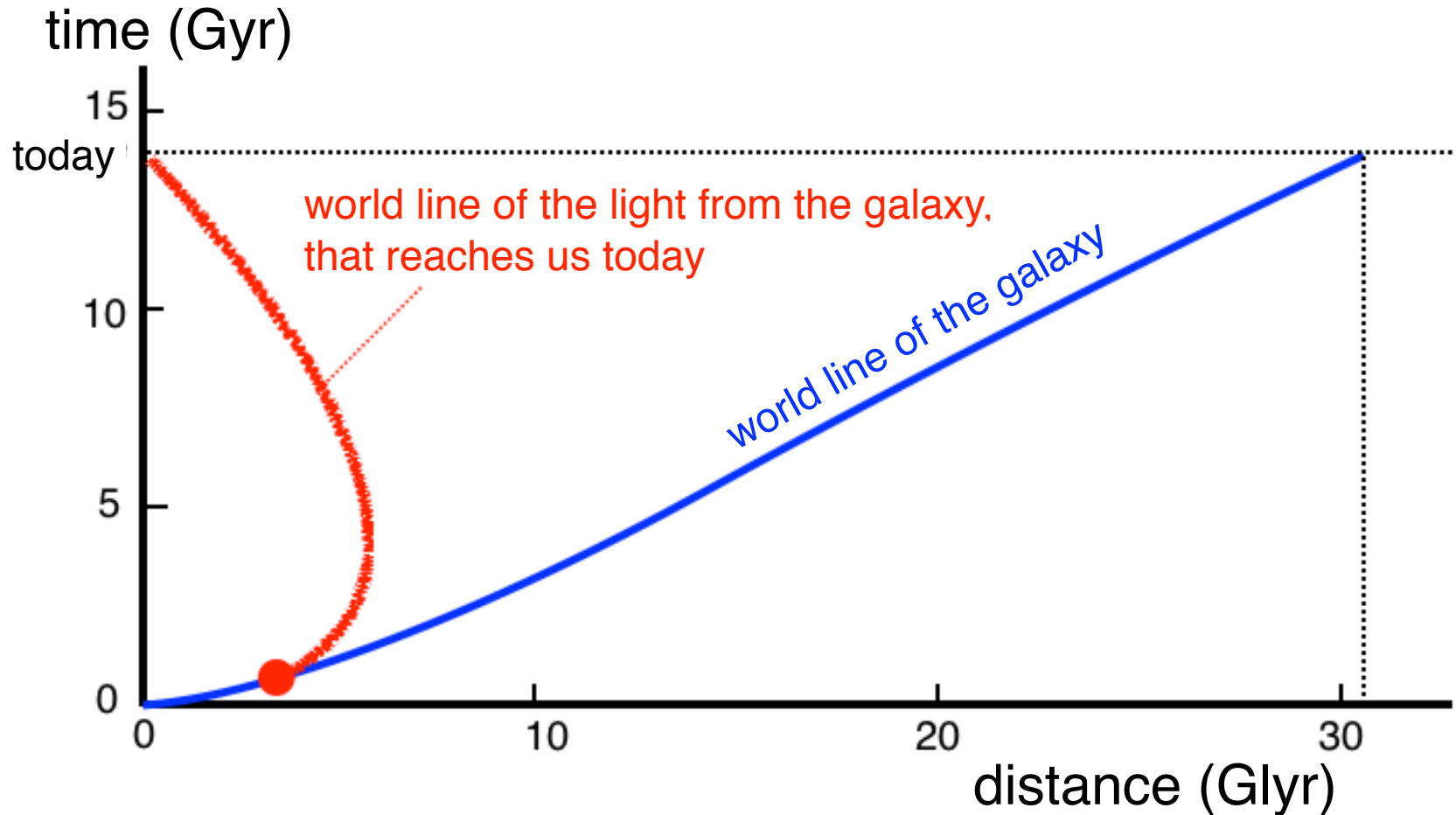
Hubble radius

particle horizon

light cone

c-limit





END